## 第　1　問

座標平面上に放物線 $C$ を

$$y = x^2 - 3x + 4$$

で定め，領域 $D$ を

$$y \geqq x^2 - 3x + 4$$

で定める。原点をとおる 2 直線 $l$, $m$ は $C$ に接するものとする。

(1) 放物線 $C$ 上を動く点 A と直線 $l$, $m$ の距離をそれぞれ $L$, $M$ とする。$\sqrt{L} + \sqrt{M}$ が最小値をとるときの点 A の座標を求めよ。

(2) 次の条件をみたす点 P$(p,\ q)$ の動きうる範囲を求め，座標平面上に図示せよ。

条件：領域 $D$ のすべての点 $(x,\ y)$ に対し不等式 $px + qy \leqq 0$ がなりたつ。

## 第　2　問

数列 $a_1$, $a_2$, …… を

$$a_n = \frac{{}_{2n}\mathrm{C}_n}{n\,!} \qquad (n = 1,\ 2,\ \cdots\cdots)$$

で定める。

(1) $a_7$ と $1$ の大小を調べよ。

(2) $n \geqq 2$ とする。$\dfrac{a_n}{a_{n-1}} < 1$ をみたす $n$ の範囲を求めよ。

(3) $a_n$ が整数となる $n \geqq 1$ をすべて求めよ。

## 第　3　問

$a > 0$ とし，

$$f(x) = x^3 - 3a^2x$$

とおく。

(1) $x \geqq 1$ で $f(x)$ が単調に増加するための，$a$ についての条件を求めよ。

(2) 次の2条件をみたす点 $(a,\ b)$ の動きうる範囲を求め，座標平面上に図示せよ。

条件1：方程式 $f(x) = b$ は相異なる3実数解をもつ。

条件2：さらに，方程式 $f(x) = b$ の解を $\alpha < \beta < \gamma$ とすると $\beta > 1$ である。

## 第　4　問

放物線 $y = x^2$ のうち $-1 \leqq x \leqq 1$ をみたす部分を $C$ とする。座標平面上の原点 O と点 A(1, 0) を考える。

(1) 点 P が $C$ 上を動くとき,

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

をみたす点 Q の軌跡を求めよ。

(2) 点 P が $C$ 上を動き, 点 R が線分 OA 上を動くとき,

$$\overrightarrow{\mathrm{OS}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{OP}} + \overrightarrow{\mathrm{OR}}$$

をみたす点 S が動く領域を座標平面上に図示し, その面積を求めよ。